Université Sultan Moulay Slimane **Filière: SMAI (S1)**
Faculté Polydisciplinaire/ Khouribga **Année 2020/2021**

TD de Mécanique du point
Série N°2: Cinématique

Exercice 1

Soit une particule M, dans $R\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, repérée par ses coordonnées cylindriques (ρ,φ,z) tel que: ρ = R , φ = at²/2 et z = b .(a, b et R sont des constantes positives)

1. a- Ecrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en coordonnées cartésiennes
   b- Quelle est la trajectoire décrite par la particule M ?
   c- Ecrire l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}$ en coordonnées cartésiennes. Déduire son module en fonction de a, R et t.
   d- Exprimer l'abscisse curviligne S(t) de M à l'instant t , en fonction de R et φ, sachant qu'à t=0, S=0
2. a- Ecrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en coordonnées cylindriques
   b- Ecrire l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}$ en coordonnées cylindriques. Déduire son module en fonction de a, R et t.
   c- Déterminer les vecteurs unitaires tangent et normal à la trajectoire ($\vec{\tau}$ et $\vec{n}$) ainsi que le rayon de courbure.
   d- Déterminer en coordonnées cylindriques l'accélération $\vec{\gamma}$ en fonction de a, R et t.
   e- Déterminer en coordonnées cylindriques l'accélération normale $\vec{\gamma}$ et montrer qu'elle est proportionnelle à φ.

Exercice 2:

Soient $R_0\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ un repére orthonormé direct. On considère un point matériel M en mouvement dont le vecteur position est définit par:

$$\overrightarrow{OM} = a\cos\varphi(t).\vec{i} + a\sin\varphi(t).\vec{j} + b\varphi(t)\vec{k}$$

Avec $\varphi(t) = \omega t$ (a et b étant des constantes positives)

1)- Définir la trajectoire du point matériel M.

2)- Déterminer le vecteur vitesse du point matériel M par rapport à R_0, en déduire son module.

3)- Calculer le vecteur unitaire tangent $\vec{\tau}$ au point matériel M.

4)- Déterminer l'équation cartésienne de l'hodographe du mouvement.

5)- Calculer le chemin S parcourue par le point matériel M entre les instants 0s et 1s.

6)- Calculer le rayon de courbure R_c et le vecteur unitaire normal $\vec{n}$. En déduire alors le vecteur unitaire binominale $\vec{b}$

7)- Exprimer le vecteur accélération du point matériel M par rapport à R_0 dans la base de Frenet $\left(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b}\right)$.

Exercice 3:

Le plan Oxy est rapporté au repère $R_0(O,x,y)$ de base $\left(\vec{i}, \vec{j}\right)$, considéré comme repère absolu. $R(O_1,x_1,y_1)$ de base $\left(\vec{i}_1, \vec{j}_1\right)$ est le repère relatif, en translation par rapport à R_0 tel que: $\overrightarrow{OO_1} = \left[\alpha t^2 + \beta\right].\vec{i}$ avec α et β deux constantes positives.

1- Calculer les vitesses absolue et relative, et en déduire la vitesse d'entraînement d'un point matériel M de coordonnées dans R:

$x_1 = a\cos\omega t$ et $y_1 = a\sin\omega t$, où a et ω sont des constantes

2- Déterminer:

- $\overrightarrow{\gamma_a}$: accélération absolue
- $\overrightarrow{\gamma_r}$: accélération relative
- $\overrightarrow{\gamma_e}$: accélération d'entraînement
- $\overrightarrow{\gamma_c}$: accélération de Coriolis

3- Vérifier la loi de composition des accélérations.